Formula of Unity Olympiad

2016-2017. Round 1

Language: Persian (Farsi)

Translated by: Amir Reza Arab

تاریخ برگزاری مرحله ی اول: یکم تا بیست و هشتم آبان ماه ۱۳۹۵

پایه های تحصیلی: پنجم ابتدایی تا یازدهم متوسطه

تعداد مسائل: هفت مساله در هر پایه ی تحصیلی

راه حل های خود را به صورت تایپ شده یا اسکن دست نویس با خط خوانا به همراه مشخصات(نام و نام خانوادگی به فارسی و لاتین، پایه ی تحصیلی، محل تحصیل و شماره ی تماس)به یکی از روش های زیر ارسال نمایید. راه حل ها بایستی نتیجه ی تلاش فردی شرکت کننده باشد.

شرکت در این المپیاد رایگان است.

Email: formulo.iran@yahoo.com

https://telegram.me/MATHSYMBOL

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

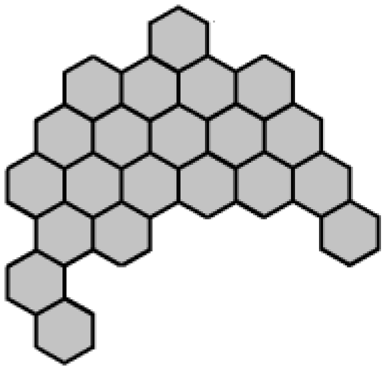
Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی پنجم ابتدایی

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: نشان دهید چگونه می توان شکل زیر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد.

قسمت ها مساوی نامیده می شوند هرگاه بر هم قرار دادن یک قسمت بر قسمت دیگر(احتمالا با پشت و رو کردن) به طوری که آن ها منطبق شوند، ممکن باشد.



مساله ی ۲: عدد صحیح مثبتی به اندازه ی ۱ واحد از عدد صحیح مثبت دیگری بزرگ تر است. آیا حاصل ضرب آن ها می تواند به ۲۰۱۷ ختم شود؟

مساله ی ۳: وزنه های ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ... و ۲۰۰ گرمی بر میزی قرار دارند (دقیقا یک وزنه از هر مقدار). آیا ممکن است تعدادی از آن ها را انتخاب کرد، به طوری که جرم کل شان ۱ کیلوگرم شود؟

مساله ی ۴: ۲۰ صفر و ۱۷ یک بر تخته ای نوشته می شوند. در هر حرکت مجازیم دو عدد را حذف کنیم و به جای آن ها جمع شان را بنویسیم. این فرآیند تکرار می شود تا این که فقط یک عدد باقی می ماند. حرکتی *مهم* نامیده می شود، هرگاه عدد نوشته شده به عنوان نتیجه ی آن حرکت، بزرگ تر از هر دو عدد پاک شده باشد. در طول این فرآیند، چند حرکت مهم می تواند انجام شود؟تمامی موارد ممکن را بیابید(وتوضیح دهید چرا امکان دیگری وجود ندارد؟).

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

مساله ی ۵: بسته ای شامل چند آب نبات چوبی با طعم های مختلف، تولید شده در کشورهای مختلف می باشد. هر دو آب نبات چوبی از نظر طعم، کشور تولید کننده، یا هر دو مورد، متفاوت هستند. می دانیم برای هر دو آب نبات چوبی که از نظر طعم و کشور تولید کننده متفاوت هستند، بسته شامل دقیقا یک آب نبات چوبی است که از نظر طعم با یکی و از نظر کشور با دیگری متفاوت است. می دانیم که دقیقا ۵ آب نبات چوبی با طعم سیب و دقیقا ۷ آب نبات چوبی از روسیه در بسته هستند. جمعا چند آب نبات چوبی می توانند وجود داشته باشند؟ تمامی جواب های ممکن را بیابید(و ثابت کنید که جواب دیگری وجود ندارد).

مساله ی ۶: دیرک هایی که در طول جاده ای قرار دارند، با شماره های به ترتیب: ۰، ۱، ۲، ۳ و الی آخر شماره گذاری شده اند. اسب سواری کنار دیرک ۰ قرار دارد. هر وقت که اسب سوار، عدد طبیعی n را می گوید، اسب به سمت جلو به سوی نزدیک ترین دیرکی که شماره اش بر n بخش پذیر است، می دود. اسب سوار، تمامی اعداد از ۱ تا ۱۰ را با ترتیبی گفته و حرکت اسب، کنار دیرکی پایان یافته است. بزرگ ترین شماره ی ممکن برای این دیرک چه عددی می تواند باشد؟(ثابت کنید که این عدد، همانا بزرگ ترین شماره ی ممکن است.)

مثال: اگر اسب سوار، اعداد را به ترتیب(از چپ به راست): ۱ ,... ,۸ ,۹ ,۱۰ بگوید، آن گاه اسب به سوی ۱۰, ۱۸, ۲۴, ۲۸, ۳۰, ۳۵, ۳۶, ۳۹, ۴۰, ۴۱ می دود و در ۴۱ به پایان می رسد.)

مساله ی ۷: لیز می خواهد دو مربع از ابعاد مختلف را روی یک صفحه ی شطرنجی ۶×۶ طوری رنگ آمیزی کند که خطوط مرزی آن ها همان خطوط صفحه باشند و هیچ خانه ی مشترکی نداشته باشند. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد؟(دو روشی که از دوران یکدیگر حاصل می شوند، را مختلف در نظر می گیریم.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

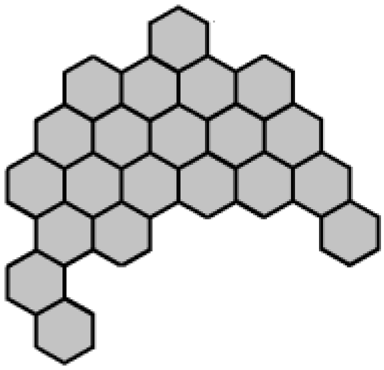
Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی ششم ابتدایی

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: نشان دهید چگونه می توان شکل زیر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد.

قسمت ها مساوی نامیده می شوند هرگاه بر هم قرار دادن یک قسمت بر قسمت دیگر(احتمالا با پشت و رو کردن) به طوری که آن ها منطبق شوند، ممکن باشد.



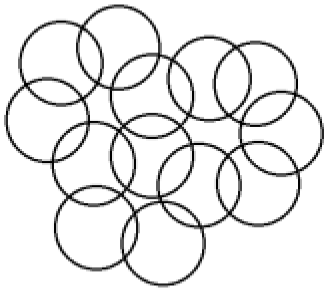
مساله ی ۲: عدد صحیح مثبتی به اندازه ی ۲ واحد از عدد صحیح مثبت دیگری بزرگ تر است. آیا حاصل ضرب آن ها می تواند به ۲۰۱۷ ختم شود؟

مساله ی ۳: الکس تصمیم گرفت دو مجموعه ی همانند از تمبرهای کمیاب را بخرد(برای خودش و برای دوستش). هر مجموعه از سه تمبر A، B و C تشکیل می شود. الکس سه فروشگاه در اینترنت پیدا کرد، اما هر یک از آن ها، تمبرها را به صورت جفت می فروخت. فروشگاه اول، مجموعه ی "تمبر A + تمبر B" را به قیمت ۲۰۰ روبل می فروخت، فروشگاه دوم، مجموعه ی "تمبر B + تمبر C" را به قیمت ۳۰۰ روبل می فروخت و فروشگاه سوم، مجموعه ی "تمبر A + تمبر C" را به قیمت x روبل می فروخت. الکس حداقل مقدار پولی که برای این خرید نیاز داشت، را محاسبه کرد. سپس او فکرش را عوض کرد: او تصمیم گرفت که بایستی هر دو مجموعه را با استفاده از فقط ۲ تا از این ۳ فروشگاه بخرد. در این حالت، حداقل قیمت خریدش، ۱۲۰ روبل افزایش یافت. مقدار x چه می تواند باشد؟ (تمامی جواب های ممکن را بیابید.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

مساله ی ۴: چند دایره بر صفحه ای قرار دارند(مطابق شکل). سه نقطه درون هر دایره علامت زده می شوند و هیچ نقطه ی علامت زده شده ای روی محیط آن ها نیست. تعداد کل نقاط علامت زده شده، حداقل چند تا می تواند باشد؟ توضیح دهید.



مساله ی ۵: بسته ای شامل چند آب نبات چوبی با طعم های مختلف، تولید شده در کشورهای مختلف می باشد. هر دو آب نبات چوبی از نظر طعم، کشور تولید کننده، یا هر دو مورد، متفاوت هستند. می دانیم برای هر دو آب نبات چوبی که از نظر طعم و کشور تولید کننده متفاوت هستند، بسته شامل دقیقا یک آب نبات چوبی است که از نظر طعم با یکی و از نظر کشور با دیگری متفاوت است. می دانیم که دقیقا ۵ آب نبات چوبی با طعم سیب و دقیقا ۷ آب نبات چوبی از روسیه در بسته هستند. جمعا چند آب نبات چوبی می توانند وجود داشته باشند؟ تمامی جواب های ممکن را بیابید(و ثابت کنید که جواب دیگری وجود ندارد).

مساله ی ۶: دیرک هایی که در طول جاده ای قرار دارند، با شماره های به ترتیب: ۰، ۱، ۲، ۳ و الی آخر شماره گذاری شده اند. اسب سواری کنار دیرک ۰ قرار دارد. هر وقت که اسب سوار، عدد طبیعی n را می گوید، اسب به سمت جلو به سوی نزدیک ترین دیرکی که شماره اش بر n بخش پذیر است، می دود. اسب سوار، تمامی اعداد از ۱ تا ۱۰ را با ترتیبی گفته و حرکت اسب، کنار دیرکی پایان یافته است. بزرگ ترین شماره ی ممکن برای این دیرک چه عددی می تواند باشد؟(ثابت کنید که این عدد، همانا بزرگ ترین شماره ی ممکن است.)

مثال: اگر اسب سوار، اعداد را به ترتیب(از چپ به راست): ۱۰, ۹, ۸, ... , ۱ بگوید، آن گاه اسب به سوی ۴۱, ۴۰, ۳۹, ۳۶, ۳۵, ۳۰, ۲۸, ۲۴, ۱۸, ۱۰ می دود و در ۴۱ به پایان می رسد.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

مساله ی ۷: لیز می خواهد سه مربع از ابعاد مختلف را روی یک صفحه ی شطرنجی ۶×۶ طوری رنگ آمیزی کند که ابعادشان همگی با هم متفاوت، خطوط مرزی آن ها همان خطوط صفحه، و هیچ خانه ی مشترکی نداشته باشند. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد؟(دو روشی که از دوران یکدیگر حاصل می شوند، را مختلف در نظر می گیریم.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی هفتم متوسطه ی اول

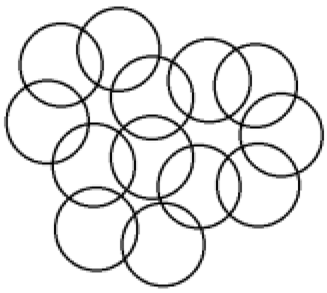
لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: آیا حاصل جمع ۴۴ عدد طبیعی می تواند بزرگ تر از ۴ برابر حاصل ضرب شان باشد؟

مساله ی ۲: عدد صحیح مثبتی به اندازه ی ۱ واحد از عدد صحیح مثبت دیگری بزرگ تر است. آیا حاصل ضرب آن ها می تواند به ۲۰۱۶ ختم شود؟

مساله ی ۳: آیا می توان سه مثلث طوری رسم کرد که اشتراک آن ها و اجتماع آن ها، هر دو چهار ضلعی محدب باشند؟ یک چهار ضلعی محدب نامیده می شود، هرگاه هر دو قطرش از درون آن بگذرند.

مساله ی ۴: چند دایره بر صفحه ای قرار دارند(مطابق شکل). سه نقطه درون هر دایره علامت زده می شوند و هیچ نقطه ی علامت زده شده ای روی محیط آن ها نیست. تعداد کل نقاط علامت زده شده، حداقل چند تا می تواند باشد؟ توضیح دهید.



مساله ی ۵: وزنه های ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ... و ۲۰۰ گرمی بر میزی قرار دارند (دقیقا یک وزنه از هر مقدار). پیتر در حال وزن کردن ترکیب های مختلف از این وزنه هاست(هر ترکیب، شامل حداقل یک وزنه است). او می تواند چند نتیجه ی مختلف به دست آورد؟

مساله ی ۶: لیز می خواهد سه مربع از ابعاد مختلف را روی یک صفحه ی شطرنجی ۶×۶ طوری رنگ آمیزی کند که ابعادشان همگی با هم متفاوت، خطوط مرزی آن ها همان خطوط صفحه، و هیچ خانه ی مشترکی نداشته باشند. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد؟(دو روشی که از دوران یکدیگر حاصل می شوند، را مختلف در نظر می گیریم.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

مساله ی ۷: در مدرسه ی دخترانه ای، هر دو دختر یا با هم دوست اند و یا از هم متنفرند و این احساس ها متقابل هستند. مدرسه ای *موفق* نامیده می شود، هرگاه در حداقل یکی از این شرایط صدق کند:

۱) ۱۰۰ دختر $A_{۱}, A_{۲}, \ldots, A_{۱۰۰}$ وجود داشته باشند که $A_{۱}$ دوست $A_{۲}$، $A_{۲}$ دوست $A_{۳}$ ، … و $A_{۹۹}$ دوست $A_{۱۰۰}$ باشد.

۲) ۷ دختر $B_{۱}, \ldots, B_{۷}$ وجود داشته باشند که $B_{۱}$ متنفر از $B_{۲}$، $B_{۳}$ متنفر از $B_{۴}$ ، و $B_{۶}$ متنفر از $B_{۵}$ و $B_{۷}$ باشد.

حداکثر تعداد دخترانی که ممکن است منجر به ناموفق شدن مدرسه شوند، را بیابید.

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی هشتم متوسطه ی اول

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: آیا حاصل جمع ۴۴ عدد طبیعی می تواند بزرگ تر از ۴ برابر حاصل ضرب شان باشد؟

مساله ی ۲: بخشی از یک کتاب، شامل ۹۶ صفحه ی دو روی متوالی کنده شد. آیا مجموع شماره های تمامی این صفحات می تواند برابر ۲۰۱۷۰ باشد؟

مساله ی ۳: a, b, c, d, e, f اعداد مثبتی هستند. تمامی مقادیر ممکن برای عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)}+\frac{cd}{(b+c)(d+e)}+\frac{ef}{(d+e)(f+a)}$$

مساله ی ۴: E نقطه ی برخورد قطرهای متوازی الاضلاع $ABCD$ است. نیم سازهای زوایای DAE و EBC همدیگر را در F قطع می کنند. اگر $ECFD$ متوازی الاضلاع باشد، اندازه ی $\angle AFB$ را بیابید.

مساله ی ۵: وزنه های ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ... و ۲۰۰ گرمی بر میزی قرار دارند (دقیقا یک وزنه از هر مقدار). پیتر در حال وزن کردن ترکیب های مختلف از این وزنه هاست(هر ترکیب، شامل حداقل یک وزنه است). او می تواند چند نتیجه ی مختلف به دست آورد؟

مساله ی ۶: سه مثلث طوری بر صفحه رسم می شوند که اشتراک و اجتماع آن ها چهار ضلعی هستند. آیا این دو چهار ضلعی می توانند در کل، ۶ زاویه ی قائمه داشته باشند؟

مساله ی ۷: در مدرسه ی دخترانه ای، هر دو دختر یا با هم دوست اند و یا از هم متنفرند و این احساس ها متقابل هستند. مدرسه ای *موفق* نامیده می شود، هرگاه در حداقل یکی از این شرایط صدق کند:

۱) ۱۰۰ دختر $A_{۱}, A_{۲}, \dots, A_{۱۰۰}$ وجود داشته باشند که $A_{۱}$ دوست $A_{۲}$، $A_{۲}$ دوست $A_{۳}$ ، ... و $A_{۹۹}$ دوست $A_{۱۰۰}$ باشد.

WWW.MathSymbol.ir

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

۲) ۷ دختر $B_۱, \ldots, B_۷$ وجود داشته باشند که $B_۱$ متنفر از $B_۲$، $B_۳$ متنفر از $B_۴$ ، و $B_۶$ متنفر از $B_۵$ و $B_۷$ باشد.

حداکثر تعداد دخترانی که ممکن است منجر به ناموفق شدن مدرسه شوند، را بیابید.

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی نهم متوسطه ی اول

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: بخشی از یک کتاب، شامل ۹۶ صفحه ی دو روی متوالی کنده شد. آیا مجموع شماره های تمامی این صفحات می تواند برابر ۲۰۱۷۰ باشد؟

مساله ی ۲: تمامی راس های یک ۷۸۹ ضلعی قرمز می شوند، به علاوه ۶۱۵ نقطه ی قرمز دیگر درون آن علامت زده می شوند. هیچ سه نقطه ی قرمزی بر یک خط راست قرار ندارند. چند ضلعی به مثلث هایی تقسیم می شود به طوری که همه ی نقاط قرمز، و فقط نقاط قرمز، راس های مثلث ها هستند. چند مثلث وجود دارند؟

مساله ی ۳: a, b, c, d, e, f اعداد مثبتی هستند. تمامی مقادیر ممکن برای عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)}+\frac{cd}{(b+c)(d+e)}+\frac{ef}{(d+e)(f+a)}$$

مساله ی ۴: E نقطه ی برخورد قطرهای متوازی الاضلاع $ABCD$ است. نیم سازهای زوایای DAE و EBC همدیگر را در F قطع می کنند. اگر $ECFD$ متوازی الاضلاع باشد، اندازه ی $\angle AFB$ را بیابید.

مساله ی ۵: قطرهای وجه های یک جعبه به ترتیب برابر ۴، ۶ و ۷ دسی متر هستند. آیا توپی به قطر ۲ دسی متر در آن جعبه جا خواهد شد؟

مساله ی ۶: الکس تصمیم گرفت سه مجموعه ی همانند از تمبرهای کمیاب را بخرد(برای خودش و برای دو دوستش). هر مجموعه از سه تمبر A، B و C تشکیل می شود. الکس سه فروشگاه در اینترنت پیدا کرد، اما هر یک از آن ها، تمبرها را به صورت جفت می فروخت. فروشگاه اول، مجموعه ی "تمبر A + تمبر B" را به قیمت ۲۰۰ روبل می فروخت، فروشگاه دوم، مجموعه ی "تمبر B + تمبر C" را به قیمت ۳۰۰ روبل می فروخت و فروشگاه سوم، مجموعه ی "تمبر A + تمبر C" را به قیمت x روبل می فروخت. الکس حداقل مقدار پولی که برای این خرید نیاز داشت، را محاسبه کرد. سپس او فکرش را عوض کرد: او تصمیم گرفت

که بایستی همه ی مجموعه ها را با استفاده از فقط ۲ تا از این ۳ فروشگاه بخرد. در این حالت، حداقل قیمت خریدش، ۱۲۰ روبل افزایش یافت. مقدار x چه می تواند باشد؟ (تمامی جواب های ممکن را بیابید.)

مساله ی ۷: عبارت $۳۳x^{۴} + ۵۷۸$ را به صورت مجموع مربعات کم ترین تعداد ممکن چند جمله ای های با ضرایب صحیح بنویسید.

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی دهم متوسطه ی دوم

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: تمامی راس های یک ۷۸۹ ضلعی قرمز می شوند، به علاوه ۶۱۵ نقطه ی قرمز دیگر درون آن علامت زده می شوند. هیچ سه نقطه ی قرمزی بر یک خط راست قرار ندارند. چند ضلعی به مثلث هایی تقسیم می شود به طوری که همه ی نقاط قرمز، و فقط نقاط قرمز، راس های مثلث ها هستند. چند مثلث وجود دارند؟

مساله ی ۲: برای عدد صحیح n، بزرگ ترین مقدار ممکن برای بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک $n^۲ + ۳$ و $(n + ۱)^۲ + ۳$ چیست؟

مساله ی ۳: قطرهای وجه های یک جعبه به ترتیب برابر ۴، ۶ و ۷ دسی متر هستند. آیا توپی به قطر ۲ دسی متر در آن جعبه جا خواهد شد؟

مساله ی ۴: بر اضلاع AB و BC از مثلث ABC، نقاط X و Y چنان انتخاب می شوند که AX=BY . نقاط A، X، Y و C بر یک دایره قرار دارند. $B_۱$ پای نیم ساز زاویه ی B است. ثابت کنید خطوط $XB_۱$ و YC موازی هستند.

مساله ی ۵: الکس تصمیم گرفت سه مجموعه ی همانند از تمبرهای کمیاب را بخرد(برای خودش و برای دو دوستش). هر مجموعه از سه تمبر A، B و C تشکیل می شود. الکس سه فروشگاه در اینترنت پیدا کرد، اما هر یک از آن ها، تمبرها را به صورت جفت می فروخت. فروشگاه اول، مجموعه ی "تمبر A + تمبر B" را به قیمت ۲۰۰ روبل می فروخت، فروشگاه دوم، مجموعه ی "تمبر B + تمبر C" را به قیمت ۳۰۰ روبل می فروخت و فروشگاه سوم، مجموعه ی "تمبر A + تمبر C" را به قیمت x روبل می فروخت. الکس حداقل مقدار پولی که برای این خرید نیاز داشت، را محاسبه کرد. سپس او فکرش را عوض کرد: او تصمیم گرفت که بایستی همه ی مجموعه ها را با استفاده از فقط ۲ تا از این ۳ فروشگاه بخرد. در این حالت، حداقل قیمت خریدش، ۱۲۰ روبل افزایش یافت. مقدار x چه می تواند باشد؟ (تمامی جواب های ممکن را بیابید.)

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

مساله ی ۶: عبارت $6x^4 + 5$ را به صورت مجموع مربعات بیش ترین تعداد ممکن چند جمله ای های با ضرایب صحیح بنویسید.

مساله ی ۷: هیات داوران این المپیاد در حال انتخاب یکی از مسائل(B یا A) برای استفاده در مسابقه هستند. تمامی اعضای هیات داوران، یک به یک، به ترتیب حروف الفبا، مساله ای که به آن رای می دهند را می گویند. در نتیجه، مساله ی A، ۱۱ رای و مساله ی B، فقط ۵ رای دریافت کرد. به علاوه، پس از هر رای جدید، مساله ی A حداقل دو برابر مساله ی B رای دارد. به چند روش مختلف، هیات داوران می توانند رای داده باشند؟

مسائل مرحله ی اول المپیاد ریاضی بین المللی

Formula of Unity/ The Third Millennium 2016/2017

پایه ی یازدهم متوسطه ی دوم

لطفا فراموش نکنید که دلیل پاسخ هایتان را به طور کامل بنویسید.

مساله ی ۱: چند عدد صحیح مثبت n در نامساوی زیر صدق می کنند؟

$$sin\frac{۱۰\pi}{n} > cos\frac{۱۰\pi}{n}$$

مساله ی ۲: برای عدد صحیح n، بزرگ ترین مقدار ممکن برای بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک $n^۲ + ۳$ و $(n+۱)^۲ + ۳$ چیست؟

مساله ی ۳: اعدادی که به شکل $۲^x + ۳^y$ که در آن x و y اعداد صحیح نامنفی ای هستند را با اجازه ی شما، برجسته می نامیم. به آسانی دیده می شود که اعداد $۵ = ۲^۱ + ۳^۱ = ۲^۲ + ۳^۰$ و $۱۱ = ۲^۳ + ۳^۱ = ۲^۱ + ۳^۲$ دو بار برجسته هستند(چون می توانند به دو روش به این شکل نمایش داده شوند). چند عدد دو بار برجسته وجود دارند؟

مساله ی ۴: بر اضلاع AB و BC از مثلث ABC، نقاط X و Y چنان انتخاب می شوند که AX=BY . نقاط A، X، Y و C بر یک دایره قرار دارند. $B_۱$ پای نیم ساز زاویه ی B است. ثابت کنید خطوط $XB_۱$ و YC موازی هستند.

مساله ی ۵: پدری قصد دارد ۱۳ توپ همانند را برای پسرش بفرستد. برای این منظور، او جعبه ای را که قطرهای وجه هایش برابر ۴، ۶ و ۷ دسی متر هستند، خرید. معلوم شد که یک توپ می تواند در این جعبه جا شود. آیا تمامی ۱۳ توپ در این جعبه جا خواهند شد؟

مساله ی ۶: هیات داوران این المپیاد در حال انتخاب یکی از مسائل(B یا A) برای استفاده در مسابقه هستند. تمامی اعضای هیات داوران، یک به یک، به ترتیب حروف الفبا، مساله ای که به آن رای می دهند را می گویند. در نتیجه، مساله ی A، ۱۱ رای و مساله ی B، فقط ۵ رای دریافت کرد. به علاوه، پس از هر

رای جدید، مساله ی A حداقل دو برابر مساله ی B رای دارد. به چند روش مختلف، هیات داوران می توانند رای داده باشند؟

مساله ی ۷: آیا یک چند جمله ای درجه ی ۳(چند جمله ای به شکل $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ که در آن $a \neq 0$) با ضرایب صحیح می تواند مقادیر ۱، ۲، ۳ و ۴ را به ازای مقادیر صحیحی از x بگیرد؟