



2016 年第十二届“IMC 国际数学竞赛” (新加坡)

Twelfth IMC International Mathematics Contest (Singapore), 2016

Grade 4 Grand Final Contest Problems

(July 30-31, 2016 Total of 100points)

Printed Name \_\_\_\_\_ Country \_\_\_\_\_ Score \_\_\_\_\_

- پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

- پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید. به پاسخ نهایی این دو مساله بدون حل تشریحی، هیچ امتیازی تعلق نمی گیرد!

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه، ۹ مرداد ۱۳۹۵

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

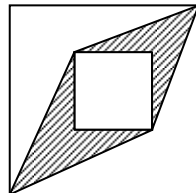
۱- حاصل عبارت  $۳ \times ۱۷۵ - ۲۱ \times ۷۵ + ۱۳۵ \times ۵ - ۲۵ \times ۶۵$  برابر است با:

- A. ۲۰۰۰                      B. ۳۰۵۰                      C. ۳۳۵۰                      D. ۴۴۰۰

۲- باقی مانده ی تقسیم  $۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$  بر ۱۱ چند است؟

- A. ۱                      B. ۲                      C. ۳                      D. ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ یا ۹

۳- شکل زیر، دو مربع را نشان می دهد که اضلاع متناظر مربع بزرگتر و مربع کوچکتر با هم موازی اند. اگر مساحت ناحیه ی سایه خورده ۱۲ سانتی متر مربع و محیط مربع کوچکتر ۱۶ سانتی متر باشد، مساحت کل ناحیه ی سایه نخورده چند سانتی متر مربع است؟



A. ۵۲

B. ۴۹

C. ۳۷

D. ۳۶

۴- با فقط یک بار استفاده از هر یک از رقم های ۷ و ۶، ۱، ۰، ۲ برای پر کردن هر  $\square$  در عبارت  $\square \times \square \square \square$ ، کوچکترین مقدار ممکن برای این حاصل ضرب برابر چند است؟

A. ۲۶۷۰

B. ۲۷۶۰

C. ۴۳۲۰

D. ۴۴۲۰

۵- سی نفر به صورت دایره ای شکل ایستاده اند. اگر از اندرو شروع کنیم و در جهت ساعتگرد بشماریم، فردی که در جایگاه پانزدهم قرار دارد، برآین است. در حالی که اگر از اندرو شروع کنیم و در جهت پاد ساعتگرد بشماریم، فردی که در جایگاه بیست و پنجم قرار دارد، چستر است. بین برآین و چستر چند نفر قرار دارند؟

A. ۵

B. ۶

C. ۷

D. ۹

۶- در هر یک از فضاهای خالی بین اعداد در عبارت زیر، یکی از علامت های “+” یا “-” را طوری قرار دهید که حاصل نهایی عبارت، کوچکترین عدد طبیعی ممکن شود. این کوچکترین عدد طبیعی چند است؟

$$1 \_ 2 \_ 3 \_ 4 \_ 5 \_ 6 \_ 7 \_ 8 \_ 9 \_ 10 \_ 11 \_ 12 \_ 13 \_ 14 \_ 15 \_ 16 \_ 17 \_ 18 = \square$$

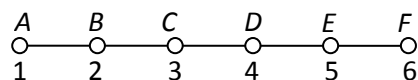
A. ۰

B. ۱

C. ۲

D. ۳

۷- در شکل زیر، ۶ خانه ی A, B, C, D, E و F بر جاده ای مستقیم قرار دارند. هر دو خانه ی متوالی ۱ کیلومتر از هم فاصله دارند. عددی که زیر هر خانه نوشته شده است، تعداد ساکنان آن خانه را نشان می دهد. برای مثال در خانه ی A، ۱ نفر و در خانه ی D، ۴ نفر زندگی می کنند. دولت بایستی در کدام خانه، دفتری برای توزیع مایحتاج سالیانه ی اهالی این جاده ایجاد کند تا مجموع مسافتی که توسط ساکنان این خانه ها طی می شود، کمترین مقدار ممکن باشد؟



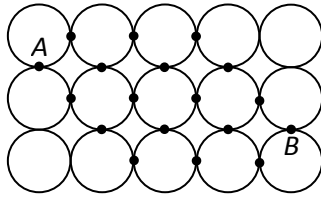
A. خانه C

B. خانه D

C. خانه E

D. خانه F

۸- در شکل زیر، فردی در نقطه ی A ایستاده است و می خواهد با استفاده از کوتاه ترین مسیر ممکن (متشکل از چند کمان) به نقطه ی B برود. تعداد چنین مسیری که فرد می تواند طی کند، در چه محدوده ی عددی قرار می گیرد؟



- A. ۳۶ تا ۴۰ مسیر      B. ۴۱ تا ۴۵ مسیر      C. ۴۶ تا ۵۰ مسیر      D. ۵۱ تا ۵۵ مسیر

B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۹- حاصل عبارت  $(1^2 + 4^2 + 7^2 + \dots + 49^2) - (2^2 + 5^2 + 8^2 + \dots + 50^2)$  برابر چند است؟

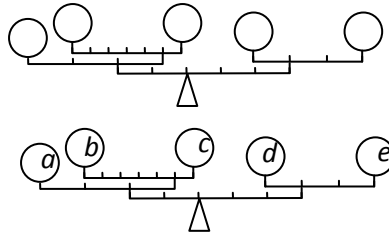
۱۰- کلاس پایه ی چهارمی با ۵۰ دانش آموز برای چیدن سیب به باغی رفتند. قرار شد هر یک از دو معلم همراه آن ها ۱۰ سیب، هر پسر ۸ سیب و هر دختر ۵ سیب بچینند. آن ها در مجموع، ۳۷۰ سیب چیدند. در راه بازگشت به مدرسه، معلم ها دو بار تعداد سیب های چیده شده را شمردند و متوجه شدند که ۴ پسر، هر کدام یک سیب اضافی چیده است. چند پسر در این کلاس بودند؟

۱۱- با فقط یک بار استفاده از هر یک از ارقام ۱، ۰، ۲، چند عدد چهار رقمی مختلف به غیر از ۲۰۱۶ می توان تشکیل داد؟

۱۲- سال گذشته، سن پدر بزرگم هفت برابر سن من بود. چند سال بعد، سن پدر بزرگم شش برابر سن من است. و بالاخره چند سال بعد از آن، سن پدر بزرگم پنج برابر سن من است. پدر بزرگم امسال چند ساله می شود؟ (توجه: سن پدر بزرگم کمتر از صد سال است).

۱۳- جیمز عددی ۳ رقمی بر کاغذی نوشت. او به دوستش کلوین گفت: مجموع پنج عدد ۳ رقمی دیگری که از جایگشت رقم های عدد نوشته شده بر کاغذ به دست می آیند، برابر ۱۸۹۵ است. کلوین بلافاصله فهمید که عدد جیمز چه بود. جیمز چه عددی را بر کاغذ نوشت؟

۱۴- با استفاده از یک مجموعه ی استاندارد وزنه های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ کیلوگرمی و قرار دادن یک وزنه بر یک کفه، بین ترازوهای زیر تعادل برقرار کرده ایم (بین کفه های ترازو، زمانی تعادل برقرار می شود که وزنه ی هر کفه مضربی از فاصله ی کفه ی دیگر تا تکیه گاه ترازو باشد). مقدار  $\overline{abcde}$  چند است؟



۱۵- در حاصل جمع زیر، حروف یکسان نشان دهنده ی رقم های مساوی و حروف مختلف نشان دهنده ی رقم های متمایزند. عدد چهار رقمی که نماد  $\overline{\Delta\Omega\Psi\Phi}$  نمایش دهنده ی آن است، چند است؟

$$\begin{array}{r} \Phi \\ \Psi\Phi \\ \Omega\Psi\Phi \\ + \Delta\Omega\Psi\Phi \\ \hline 2016 \end{array}$$

۱۶- در طول روزی که شاگردان مدرسه ی حیوانات به سرگرمی می پردازند، اکثر آن ها ترجیح می دهند ترن هوایی سوار شوند به طوری که صفی به طول ۴۵۰ متر تشکیل شده است. خرگوش که در ابتدای این صف ایستاده، ناگهان متوجه می شود بلیطش پیش فیل که در انتهای صف ایستاده جا مانده است. خرگوش بایستی بلیطش را از فیل بگیرد و به جای اولیه اش در صف باز گردد. اگر هر یک از حیوانات دیگر صف با سرعت ۱/۵ متر بر ثانیه به سمت ترن هوایی حرکت کند در حالی که سرعت خرگوش، ۳ متر بر ثانیه باشد، چند ثانیه طول می کشد تا خرگوش این کار را انجام دهد؟

**C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز، مجموعاً ۲۰ امتیاز. راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید)**

۱۷- در کلاسی تعداد پسران سه برابر تعداد دختران است. معلم، کل کلاس را به گروه های " ۱ دختر و ۲ پسر " یا " ۴ پسر " تقسیم می کند. پس از گروه بندی دانش آموزان، معلوم می شود که فقط ۲ گروه متشکل از " ۴ پسر " وجود دارند. این کلاس چند دانش آموز دارد؟

۱۸- اعداد ۱ تا ۸ را به هشت فرد مختلف نسبت دهید. سپس آن ها را به صورت دایره ای مانند شکل زیر بچینید. به چند روش می توان ۳ نفر را انتخاب کرد به طوری که هیچ دو عددی از سه عدد نسبت داده شده به آن ها کنار هم نباشند؟

