



2017 年第十三届“IMC 国际数学竞赛”（新加坡）  
Thirteenth IMC International Mathematics Contest (China), 2017

Grade Five Contest Paper

Printed Name \_\_\_\_\_ Country \_\_\_\_\_ Score \_\_\_\_\_

– پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

– پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید.

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه ۱۴ مرداد ۱۳۹۶

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۱- مقدار ساده شده ی  $98 + 7 \times 6 + 5^4 \times 3 + 2 + 1$  را بیابید.

- A. 1                      B. 2016                      C. 2017                      D. 2018

۲- می دانیم جمع طول های یال های مکعب مستطیلی ۴۸ واحد، طول آن مجموع عرض و ارتفاعش و هم چنین عرض آن دو برابر ارتفاعش است. سطح جانبی کل مکعب مستطیل چقدر است؟

- A. 88                      B. 48                      C. 40                      D. 24

۳- در معمای ضربی زیر، رقم های سال ۲۰۱۷ آمده اند. مجموع تمامی رقم های ظاهر شده در مربع ها چند است؟

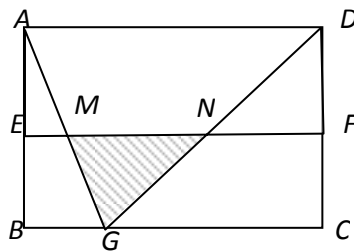
$$\begin{array}{r}
 \square \square \\
 \times \quad 27 \\
 \hline
 \square \quad 0 \quad 1 \\
 \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \square
 \end{array}$$

- A. 30                      B. 32                      C. 33                      D. 35

۴- با فقط یک بار استفاده از هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد مرکب تشکیل دهید. کم ترین مقدار ممکن برای جمع تمامی این اعداد مرکب چند است؟

- A. 111                      B. 82                      C. 136                      D. 192

۵- در شکل زیر، E و F به ترتیب وسط های اضلاع مقابل مستطیل ABCD هستند و G بر ضلع BC قرار دارد. اگر مساحت مثلث AEM، ۲۰ سانتی متر مربع و مساحت مثلث DFN، ۳۰ سانتی متر مربع باشد. مساحت ناحیه ی سایه خورده چند سانتی متر مربع است؟

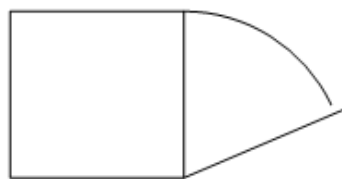


- A. 48                      B. 50                      C. 55                      D. 60

۶- الکس و بنجی با مبلغ کل ۳۴۰ دلار برای خرید کتاب به یک کتابفروشی رفتند. پس از خرید کتاب، پولی که برای هر یک از آن ها باقی ماند، برابر بود. اگر الکس  $\frac{3}{7}$  پولش و بنجی ۶۰٪ پولش را خرج کرده باشد، الکس چند دلار خرج کرده است؟

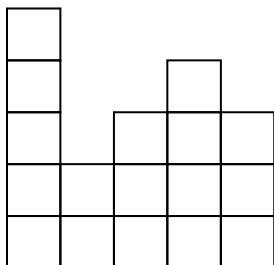
- A. 120                      B. 100                      C. 80                      D. 60

۷- شکل زیر از یک مربع و قطاعی از یک دایره تشکیل شده است که طول کمان قطاع برابر شعاع دایره اش است. مساحت این شکل مرکب از مربع و قطاع، ۵۴ سانتی متر مربع است. محیط این شکل چند سانتی متر است؟



- A. 27                      B. 30                      C. 36                      D. 40

۸- شکل زیر قفسه ای چوبی را نشان می دهد که در هر یک از خانه هایش یک توپ می تواند قرار گیرد. به چند روش می توان ۴ توپ همسان را در خانه های این قفسه قرار داد به طوری که در هیچ سطر و هیچ ستونی دو توپ قرار نگیرند؟



- A. 120                      B. 68                      C. 48                      D. 40

**B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)**

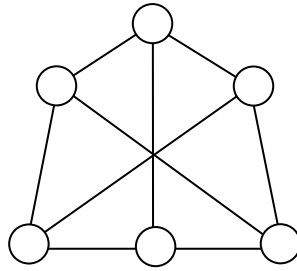
۹- مقدار ساده شده ی  $?\frac{1 \times 4}{2 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 4} + \frac{3 \times 6}{4 \times 5} + \frac{4 \times 7}{5 \times 6} + \frac{5 \times 8}{6 \times 7} + \frac{6 \times 9}{7 \times 8}$  را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

۱۰- در یک روز تابستانی قورباغه می گوید "من امروز ۱۲۳ پشه خوردم." عنکبوت می گوید "تو لاف می زنی چرا که من تعداد پشه ها را شمردم و فقط  $\overline{aa}$  پشه بود." در واقع، گفته های هر دو درست بودند چرا که قورباغه چهار پا دارد و از مینای ۴ استفاده کرده در حالی که عنکبوت هشت پا دارد و از مینای ۸ استفاده کرده است. مقدار  $a$  چند است؟

۱۱- برگزار کننده ی مسابقه ابتدا ۱۰ نفر را به عنوان برنده ی جایزه و ۱۵ نفر را به عنوان برنده ی دیپلم در نظر گرفت. سپس تغییر عقیده داد و با تغییر حداقل نمره برای کسب جایزه و دیپلم به شکل زیر، تعداد برندگان جایزه را کاهش داد: میانگین امتیاز برنده ی جایزه  $\frac{4}{5}$  نمره و میانگین امتیاز برنده ی دیپلم ۲ نمره افزایش یافت. به این ترتیب، آخرین سه نفر برنده ی جایزه به برنده ی دیپلم تبدیل شدند. پس از این تغییر، میانگین امتیاز برندگان جایزه چقدر بیش تر از میانگین امتیاز برندگان دیپلم می شود؟

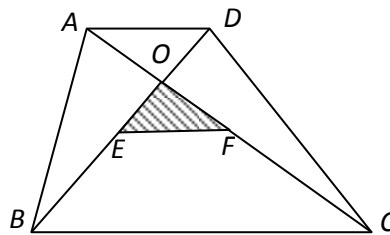
۱۲- کوچک ترین عدد چند رقمی شامل یک رشته ی "۲۰" و هم چنین یک رشته ی "۱۷" که هم مضرب ۲۰ و هم مضرب ۱۷ است، را بیابید.

۱۳- شش دایره مطابق شکل با خطوطی به هم وصل شده اند. هر دایره رنگ می شود به طوری که هر دو دایره ای که انتهای هر پاره خط هستند، رنگ شان متفاوت است. با استفاده از سه رنگ متمایز، به چند روش می توان این دایره ها را رنگ کرد؟(محل تلاقی پاره خط ها یک نقطه است و دایره نیست.)



۱۴- در معمای  $FOUR + FIVE = NINE$  حروف یکسان نشان دهنده ی رقم های یکسان و حروف مختلف نشان دهنده ی رقم های مختلف هستند. بزرگ ترین عدد چهار رقمی ممکن که  $NINE$  نمایش می دهد، چند است؟

۱۵- در شکل نشان داده شده، نسبت دو قاعده ی دوزنقه ی  $ABCD$  برابر ۲ به ۵،  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط های قطرهای  $AC$  و  $BD$  هستند.  $O$  محل تلاقی دو قطر است. اگر مساحت دوزنقه ی  $ABCD$ ،  $784$  باشد، مساحت مثلث سایه خورده ی  $EOF$  چقدر است؟



۱۶- ۶ دختر و ۳ پسر در یک ردیف ایستاده اند. به چند روش مختلف آن ها می توانند در ردیف بایستند به طوری که بین هر دو پسری، حداقل دو دختر باشند؟

C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز، مجموعاً ۲۰ امتیاز. راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید. راه حل ۴ امتیاز دارد.)

۱۷- اعداد صحیح مثبت فرد طبق الگویی معین در جدول مرتب شده اند. تمامی اعداد صحیح درون دایره ها را به صورت صعودی (از کوچک به بزرگ) مرتب کنید. (a) ۲۰ امین عدد صحیح چند است؟ (b) مجموع ۲۰ عدد صحیح ابتدایی چند است؟

49 ⑩ 53 55 57 59 61  
 47 17 ⑨ 21 23 25 63  
 45 15 1 ③ 5 27 65  
 43 13 11 9 ⑦ 29 67  
 41 39 37 35 33 ⑪ 69  
 ... 73 ①

۱۸- روی و سم از شهر A به شهر B و هم زمان تری از شهر B به شهر A حرکت می کند. پس از ۱۵ دقیقه روی به تری می رسد و ۱ دقیقه بعد، سم به تری می رسد. سپس سه تای آن ها بین شهر A و شهر B حرکت می کنند. می دانیم سرعت روی ۴۸ متر در دقیقه و سرعت سم ۴۲ متر در دقیقه است. فاصله ی (بر حسب متر) بین محل ملاقات روی و سم در پنجمین برخورد و محل ملاقات روی و تری در پنجمین برخورد چقدر است؟