



2016 年第十二届“IMC 国际数学竞赛” (新加坡)

Twelfth IMC International Mathematics Contest (Singapore), 2016

Grade 5 Grand Final Contest Problems

(July 30-31, 2016 Total of 100 points)

Printed Name _____ Country _____ Score _____

- پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

- پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید. به پاسخ نهایی این دو مساله بدون حل تشریحی، هیچ امتیازی تعلق نمی گیرد!

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه، ۹ مرداد ۱۳۹۵

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

$$1 - \text{حاصل عبارت } 4 \times \frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{8}{6}} + 7 \text{ را بیابید.}$$

A. $\frac{271}{9}$

B. ۲۷

C. ۲۰

D. ۱۴

۲- مربع عدد صحیح مثبتی ۵ مقسوم علیه دارد. برای مثال، مربع ۴ یعنی $4^2 = 16$ ، ۵ مقسوم علیه مختلف دارد که عبارت اند از: ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶. مکعب این عدد صحیح مثبت، چند مقسوم علیه دارد؟

A. ۷

B. ۶

C. ۵

D. ۴

۳- بیشترین تعداد نواحی که از رسم ۲ خط راست و ۲ مثلث تشکیل می شوند، در چه محدوده ای قرار می گیرد؟

A. ۱۱ تا ۲۰ ناحیه

B. ۲۱ تا ۳۰ ناحیه

C. ۳۱ تا ۴۰ ناحیه

D. ۴۱ تا ۵۰ ناحیه

۴- کمیته ی برگزاری IMC 2016 به هر کشور شرکت کننده یک کد مطابق جدول زیر نسبت داده است:

# کد	1	2	3	4	5	6	7
کشور	چین	هنگ کنگ	تایوان	سنگاپور	مالزی	اندونزی	کره
# کد	8	9	10	11	12	13	14
کشور	ویتنام	فیلیپین	تایلند	هند	ایران	میانمار	نپال

نمایندگان کشور چین که در این رویداد شرکت داشتند، از این که تعداد کل شرکت کنندگان به "□□□□□" نفر رسید (هر مربع نشان دهنده ی رقمی است و رقم ها ممکن است یکسان یا متفاوت باشند) متعجب شدند. سرپرست تیم هر کشور شرکت کننده متوجه شد که این عدد پنج رقمی بر کد نسبت داده شده به کشورش بخش پذیر است. پس از این که کمیته ی برگزاری، دوباره تمامی کدها را بررسی کرد، فهمید دو کشور که در جدول در مجاورت هم قرار دارند، دارای کدهای اشتباه هستند. عدد پنج رقمی را بیابید.

A. ۹۰۰۹۰

B. ۶۰۰۶۰

C. ۳۰۰۳۰

D. ۲۰۰۲۰

۵- در یک پروژه ی جاده سازی، ۲ شرکت پیمانکاری مشارکت دارند. شرکت A دو برابر شرکت B کار می کند. چند روز پس از شروع به کار، شرکت A متوجه شد که به ساختن فقط ۱۰۰ متر جاده برای انجام

تعهداتش نیاز دارد. اگر در این لحظه، $\frac{9}{14}$ کل کار پروژه ی جاده سازی انجام شده باشد، طول جاده ای که باید ساخته شود چقدر است؟

A. ۱۴۰۰

B. ۲۸۰۰

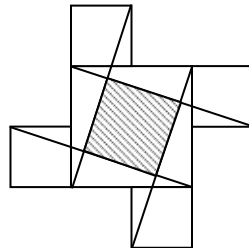
C. ۳۰۰۰

D. ۴۲۰۰

۶- با فقط یک بار استفاده از رقم های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ هر تعداد عدد اولی که می توانید بسازید به طوری که مجموع این اعداد، کمترین مقدار ممکن باشد. این مجموع، چند است؟

- A. ۱۱۱ B. ۱۱۳ C. ۴۶۱ D. ۴۷۱

۷- چهار مربع با طول ضلع ۱، مطابق شکل در گوشه های مربع بزرگتری با طول ضلع ۲ قرار دارند. مساحت ناحیه ی سایه خورده چقدر است؟



- A. ۰/۸ B. ۱/۶ C. ۲ D. ۲/۴

۸- تمامی اعداد طبیعی که از ارقام ۱، ۰، ۲ تشکیل می شوند را به ترتیب صعودی (از کوچک به بزرگ) بنویسید. ۲۰۱۶ امین عدد این دنباله چیست؟

- A. ۱۶۶۱۶۵ B. ۱۶۶۱۶۶ C. ۱۶۶۲۰۰ D. ۱۶۶۲۰۱

B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۹- حاصل عبارت $\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(4 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \left(4 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}\right)$ برابر چند است؟

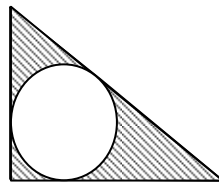
۱۰- کوچکترین مقدار ممکن برای n به طوری که $68 \dots 6868$ بر ۲۸ بخش پذیر باشد، چند است؟
۶۸ تا n

۱۱- مقدار مقسوم در عملیات تقسیم زیر چند است؟

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \hline
 2 \square \\
 \hline
 \square 0 \square \\
 \square 1 \\
 \hline
 \square 6 \\
 \square \square \\
 \hline
 \square
 \end{array}$$

۱۲- با افزودن رقم n سمت چپ عدد چهار رقمی ۲۰۱۶، عدد پنج رقمی $n2016$ تشکیل می شود به طوری که این عدد پنج رقمی جدید بر n بخش پذیر است. برای مثال، ۴۲۰۱۶ بر ۴ بخش پذیر است. مجموع تمامی مقادیر ممکن برای n ، چند است؟

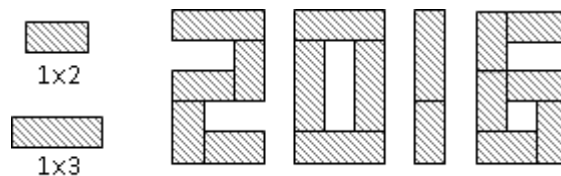
۱۳- در شکل زیر، دایره ی محاطی مثلث قائم الزاویه با اضلاع به طول های ۳، ۴ و ۵ رسم شده است. مساحت ناحیه ی سایه خورده چقدر است؟ ($\pi = 3/14$).



۱۴- شش دانش آموز A، B، C، D، E و F می خواهند با ایستادن در ردیفی عکس بگیرند. A بایستی در یکی از دو انتهای ردیف بایستد. B و C می خواهند کنار هم بایستند ولی D و E نمی خواهند کنار هم باشند. چند روش برای مرتب کردن دانش آموزان در یک ردیف، برای گرفتن عکس وجود دارد؟

۱۵- رندی و سم به ترتیب از شهر A و شهر B که در دو انتهای مقابل هم جاده ای قرار دارند، همزمان شروع به راهپیمایی می کنند. رندی به سمت شهر B و سم به سمت شهر A در حال حرکت هستند. وقتی به دو انتها می رسند، بلافاصله جهتشان را تغییر می دهند و به سمت مکان اولیه ی خود بر می گردند. آن ها این کار را چندین بار انجام می دهند. می دانیم سرعت رندی $2/5$ برابر سرعت سم و فاصله ی بین دومین و چهارمین محل برخورد آن ها ۲۰۰ متر است، فاصله ی بین دو شهر A و B چقدر است؟

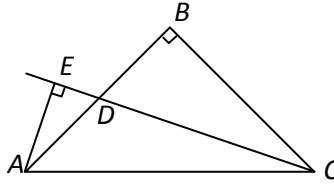
۱۶- می خواهیم با استفاده از کاشی های 1×2 و 1×3 ، طرح 2016 را بسازیم (شکل زیر یکی از روش های ساختن است).



این کار به چند روش امکان پذیر است؟

C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز، مجموعاً ۲۰ امتیاز. راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید)

۱۷- در مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ΔABC که در آن $\angle ABC = 90^\circ$ ، D وسط AB ، $AE \perp CD$ و $AE = 4$ مساحت ΔABC چقدر است؟



۱۸- پانزده عدد مختلف از دنباله ی عددی $1, 4, 7, 10, 13, \dots, 64, 67, 70$ انتخاب می کنیم. بیشترین مقدار ممکن برای مجموع هر دو عددی که از این ۱۵ عدد مختلف انتخاب می شوند، چند است؟