



2017 年第十三届“IMC 国际数学竞赛”（新加坡）

Thirteenth IMC International Mathematics Contest (China), 2017

Grade Six Contest Paper

Printed Name \_\_\_\_\_ Country \_\_\_\_\_ Score \_\_\_\_\_

– پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

– پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید.

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه، ۱۴ مرداد ۱۳۹۶

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۱- مقدار ساده شده ی  $\frac{9+87+6 \times 5 \times 4^3+2 \times 1}{1+2 \times 34 \times 5 \times 6-7-8-9}$  چند است؟

- A.  $\frac{2017}{2018}$       B. 1      C.  $\frac{2018}{2017}$       D.  $\frac{6}{5}$

۲- جمع دو عدد صحیح مثبت ۴۰ و بزرگ ترین عامل مشترک آن ها ۵ است. اختلاف این دو عدد صحیح مثبت چند است؟

- A. 0      B. 10      C. 30      D. 10 or 30

۳- با فقط یک بار استفاده از هر یک از رقم های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ چند عدد مرکب تشکیل دهید. کم ترین مقدار ممکن برای جمع تمامی این اعداد مرکب چند است؟

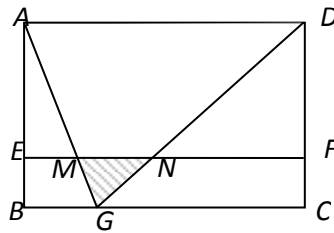
- A. 90      B. 97      C. 100      D. 140

۴- در حاصل ضرب زیر، در هر مربع یک رقم قرار می‌گیرد. حاصل جمع تمامی رقم‌هایی که در مربع‌ها قرار می‌گیرند، چند است؟

$$\begin{array}{r}
 \square \square \\
 \times \quad \square 2 \\
 \hline
 \square 3 \square \\
 \square 4 \square \\
 \hline
 5 \square \square \square
 \end{array}$$

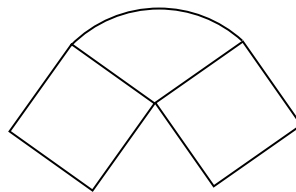
- A. 28                      B. 56                      C. 62                      D. 70

۵- در مستطیل ABCD داریم:  $AE = 2BE$ ,  $DF = 2CF$  و G بر ضلع BC قرار دارد. اگر مساحت مثلث AEM،  $37\frac{32}{69} \text{cm}^2$  و مساحت مثلث DFN،  $62\frac{37}{69} \text{cm}^2$  باشد. مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده چند سانتی‌متر مربع است؟



- A. 25                      B. 37                      C. 50                      D. 62

۶- شکل زیر از قطاعی از یک دایره و دو مربع تشکیل شده است که طول کمان قطاع دو برابر شعاع دایره اش و محیط و مساحت این شکل از نظر مقدار عددی با هم برابرند. مساحت قطاع چند سانتی‌متر مربع است؟



- A. 2                      B.  $\frac{8}{3}$                       C. 4                      D.  $21\frac{1}{3}$

۷- الکس و بنیتو از دو انتهای قطر مسیری دایره‌ای شکل و با سرعت‌های ثابت به سمت هم شروع به دویدن می‌کنند. آن‌ها برای اولین بار در نقطه‌ای که ۸۰ متر با نقطه‌ی شروع بنیتو فاصله دارد، به هم

می رسند. آن ها برای بار دوم در نقطه ای به هم می رسند که بنیتو با ۶۰ متر دویدن از آن جا به نقطه ی شروع حرکتش باز می گردد. طول مسیر دایره ای چند متر است؟

- A. 200                      B. 300                      C. 400                      D. 500

۸- چهار رقم از بین رقم های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ برای تشکیل عدد چهار رقمی با رقم های متمایز که بر ۴۵ بخش پذیر است، انتخاب کنید. چند عدد چهار رقمی این چنینی وجود دارد؟

- A. 6                              B. 24                              C. 28                              D. 30

### B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۹- مقدار ساده شده ی  $\frac{2 \times 3}{1 \times 4} + \frac{5 \times 6}{4 \times 7} + \frac{8 \times 9}{7 \times 10} + \frac{11 \times 12}{10 \times 13} + \dots + \frac{98 \times 99}{97 \times 100}$  را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

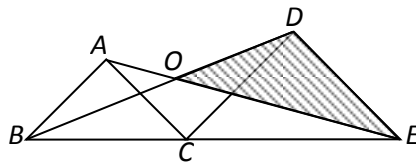
۱۰- در یک روز تابستانی قورباغه می گوید "من امروز ۱۲۱۰ پشه خوردم." عنکبوت می گوید "تو لاف می زنی چرا که من تعداد پشه ها را شمردم و فقط  $\overline{a44}$  پشه بود." در واقع، گفته های هر دو درست بودند چرا که قورباغه چهار پا دارد و از مبنای ۴ استفاده کرده در حالی که عنکبوت هشت پا دارد و از مبنای ۸ استفاده کرده است. مقدار  $a$  چند است؟

۱۱- در ژانویه، قیمت فروش هر دست از نوعی لباس، ۳۰۰ دلار بود و ۴۰ دست از آن لباس فروخته شد. در فوریه، قیمت ۸٪ شکسته شد و فروش ۳۰٪ افزایش یافت. به این ترتیب، سود فوریه، ۱۲۰ دلار بیش تر از سود ژانویه شد. قیمت هر دست لباس چقدر است؟

۱۲- یک مزرعه ی اسب مخزن بزرگی دارد که انتهایش شکافی است که آب به صورت یکنواخت از آن خارج می شود. مخزن به صورت کامل از آب پر می شود به طوری که ۳ اسب می توانند در ۸ روز از آن بنوشند و هم چنین ۵ اسب در ۶ روز. اگر شکاف مخزن گرفته شود، ۸ اسب چند روز می توانند از آب مخزن بنوشند؟

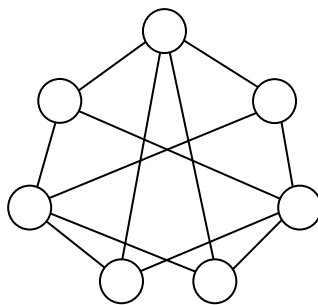
۱۳- در معمای  $FOUR + FIVE = NINE$  حروف یکسان نشان دهنده ی رقم های یکسان و حروف مختلف نشان دهنده ی رقم های مختلف هستند. کوچک ترین عدد چهار رقمی ممکن که  $NINE$  نمایش می دهد، چند است؟

۱۴- در شکل زیر، مثلث های  $ABC$  و  $CDE$  قائم الزاویه ی متساوی الساقین به ترتیب با وترهای  $BC=7$  و  $CE=14$  هستند. اگر محل تلاقی  $AE$  و  $BD$  نقطه ی  $O$  باشد، مساحت ناحیه ی سایه خورده چقدر است؟



۱۵- کوچک ترین عدد چند رقمی شامل یک رشته ی "۲۰" و هم چنین یک رشته ی "۱۷" که هم مضرب ۲۰ و هم مضرب ۱۷ است، را بیابید.

۱۶- هفت دایره مطابق شکل با خطوطی به هم وصل شده اند. هر دایره رنگ می شود به طوری که هر دو دایره ای که انتهای هر پاره خط هستند، رنگ شان متفاوت است. با استفاده از سه رنگ به چند روش می توان دایره ها را رنگ آمیزی کرد؟



C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز ، مجموعاً ۲۰ امتیاز. راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید. راه حل ۴ امتیاز دارد.)

۱۷- اعداد صحیح مثبت فرد طبق الگویی معین در جدول مرتب شده اند. تمامی اعداد صحیح درون دایره ها را به صورت صعودی (از کوچک به بزرگ) مرتب کنید. (a) ۲۰ امین عدد صحیح چند است؟ (b) مجموع ۲۰ عدد صحیح ابتدایی چند است؟

41 ④ 45 47 49 51  
 39 13 ⑤ 17 19 53  
 37 11 1 ③ 21 55  
 35 9 7 5 ② 57  
 33 31 29 27 25 ⑥  
 ... 61

۱۸- روی و سم از شهر A به شهر B و هم زمان تری از شهر B به شهر A حرکت می کند. پس از ۱۵ دقیقه روی به تری می رسد و ۱ دقیقه بعد، سم به تری می رسد. سپس سه تای آن ها بین شهر A و شهر B حرکت می کنند. می دانیم سرعت روی ۴۸ متر در دقیقه و سرعت سم ۴۲ متر در دقیقه است. فاصله ی (بر حسب متر) بین محل ملاقات روی و سم در پنجمین برخورد و محل ملاقات سم و تری در پنجمین برخورد چقدر است؟