



2018 年第十四届“IMC 国际数学竞赛” (新加坡)

Fourteenth IMC International Mathematics Contest (Singapore, 2018)

Grade 6

Printed Name _____ Country _____ Score _____

- پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

- پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید.

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه ۶ مرداد ۱۳۹۷

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۱- مقدار ساده شده ی $3\frac{2}{11} \times \frac{3}{7} + 7\frac{5}{11} \div 2\frac{1}{3} - 0.428571 \times 10\frac{7}{11}$ ؟ چند است؟

- A. 0 B. $\frac{3}{7}$ C. 1 D. 2

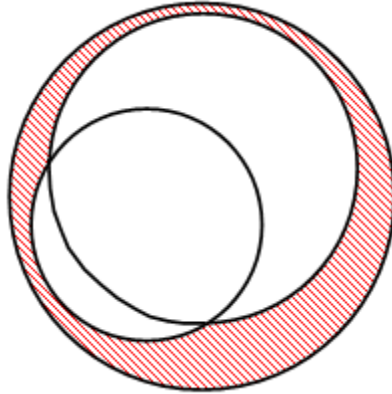
۲- مجموع تمامی عوامل طبیعی 72 را بیابید.

- A. 420 B. 195 C. 123 D. 108

۳- به دلیل بی دقتی خدمه، بشکه ای چوبی در نیمه ی راه بالا دست رودخانه ای از قایق افتاد. پس از 10 دقیقه، وی بشکه را شناور بر آب دید و ناخدا بلافاصله برای برداشتن آن، دور زد. اگر از زمان زدن قایق صرف نظر شود و سرعت قایق در آب راکد بدون تغییر باقی بماند، چند دقیقه بشکه در آب شناور خواهد ماند تا این که از آب گرفته شود؟

- A. 8 B. 10 C. 20 D. 22

۴- در شکل زیر، قطرهای دایره های بزرگ، متوسط و کوچک به ترتیب 5، 4 و 3 سانتی متر هستند و مساحت بخش مشترک دایره های کوچک و متوسط 6 سانتی متر مربع است. مساحت ناحیه ی سایه خورده چند سانتی متر مربع است؟



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 3π

۵- به چند طریق می توان 12 دفترچه را بین چهار دانش آموز A، B، C و D تقسیم کرد به طوری که A حداقل 1 دفترچه، B حداقل 2 دفترچه، C حداقل 3 دفترچه و D حداقل 4 دفترچه داشته باشد؟

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 20

۶- دیزی عدد سه رقمی 130 را بر تخته نوشت. تمامی اعدادی که پس از 130 بر تخته نوشته می شوند، از این قانون پیروی می کنند: اگر عدد نوشته شده زوج باشد، عدد بعدی از افزودن 2 به خارج قسمت تقسیم عدد قبلی بر 2 به دست می آید. اگر عدد نوشته شده فرد باشد، 2 واحد از 2 برابر عدد قبلی کم می کنیم و حاصل را به عنوان عدد بعدی می نویسیم. به این ترتیب خواهیم داشت: 130, 67, 132, 68, ...
2018 امین عدد این لیست چند است؟

- A. 12 B. 8 C. 6 D. 5

۷- شکل زیر، معمای ضربی شامل 17 رقم است. در این جا، 4 رقم 2، 0، 1 و 8 در جای خود مشخص شده اند. حاصل جمع 17 رقمی که در این حاصل ضرب ظاهر می شوند، چند است؟

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \boxed{8} \\
 \hline
 \quad \boxed{1} \\
 \quad \quad \boxed{0} \\
 \quad \quad \quad \boxed{2} \\
 \hline
 \end{array}$$

- A. 76 B. 70 C. 65 D. 27

۸- آنیتا با 70 دلار برای خرید یکی از سه نوع میوه ی زیر به بازار رفت: موز با قیمت 20 دلار، سیب با قیمت 20 دلار و انگور با قیمت 10 دلار. آنیتا به چند طریق می تواند این میوه ها را بخرد؟

- A. 21 B. 43 C. 85 D. 171

B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۹- مقدار ساده شده ی $\frac{1 \times 2 \times 3 + 1}{1^3 \times 2^3} + \frac{2 \times 3 \times 3 + 1}{2^3 \times 3^3} + \frac{3 \times 4 \times 3 + 1}{3^3 \times 4^3} + \dots + \frac{9 \times 10 \times 3 + 1}{9^3 \times 10^3}$ را بیابید.

۱۰- خانه های جدول زیر را طوری پر کنید که در هر سطر، هر ستون و هر مربع 2×2 ، اعداد 1 تا 4 ظاهر شوند و روابط <کوچک تری> و <بزرگ تری> برقرار باشند. عدد چهار رقمی که در خانه های سطر سوم از چپ به راست ظاهر می شود، چند است؟

	<	>	<
∨			∧
			∨
∧			
∨			∧
	<	<	<

۱۱- کوچک ترین عدد چهار رقمی بزرگ تر از 2000 با رقم های مختلف که مجموع بزرگ ترین عدد چهار رقمی و کوچک ترین عدد چهار رقمی که از جایگشت رقم های آن به دست می آیند، برابر 9238 است، را بیابید.

۱۲- دو محلول 26 درصد و 5 درصد آب نمک با هم ترکیب شدند و محلول 12 درصد آب نمک تولید کردند. سپس 15 گرم از ترکیب آب نمک حاصل، تبخیر شد و غلظت آب نمک به 20 درصد تغییر یافت. مقدار آب نمک در محلول 5 درصد، چند گرم است؟

۱۳- پنج رقم مختلف از بین رقم های 0، 1، 2، 8، 5 و 7 برای ساخت عددی پنج رقمی انتخاب کنید به طوری که رقم های مرتبه ی دهگان و هزارگان آن از رقم های کناری شان بزرگ تر باشند. چند عدد پنج رقمی با این شرط وجود دارند؟

۱۴- کلی 5 سال قبل، 5000 دلار (سرمایه ی اصلی) را در بانکی سپرده گذاری کرد. نرخ سود سالانه 5 درصد است (سود سالانه در سرمایه ی اصلی سال بعد لحاظ نمی شود). 5 سال قبل، قیمت یک تخم مرغ در بازار 0.5 دلار بود. در حال حاضر، کلی تمامی سپرده اش و سود آن را از بانک خارج کرده تا با آن تعدادی

تخم مرغ برای تهیه ی کیک بخرد. در حال حاضر، قیمت یک تخم مرغ در بازار 1 دلار است. نرخ استهلاک کنونی 5000 دلار چقدر است؟

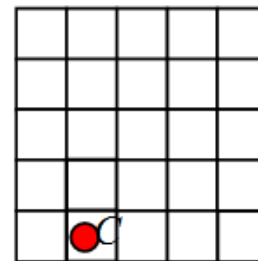
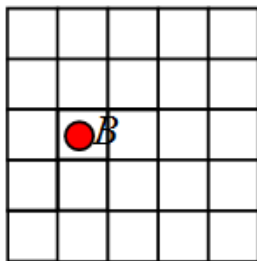
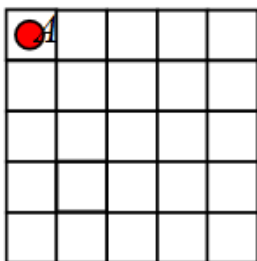
توجه: اکثر اجناس با گذشت زمان، به اندازه ی قیمت خریدشان نمی ارزند. به این ترتیب، استهلاک سالانه یک کالا عبارت است از اختلاف بین هزینه ی اولیه ی خرید آن و ارزشی که آن کالا پس از یک سال پیدا می کند. هم چنین نرخ استهلاک سالانه عبارت است از: $100\% \times \left(\frac{\text{استهلاک سالانه}}{\text{قیمت اولیه}} \right)$.

۱۵- کلاسی 24 نفره در امتحانی ریاضی شرکت و 2018 امتیاز کسب کرد. امتیاز هر نفر، عددی صحیح و برای افراد مختلف، متفاوت است. اگر بالاترین امتیاز 98 باشد، کم ترین امتیاز، حداکثر چند است؟

۱۶- جان مشغول تمرین دوچرخه سواری بین شهرهای A و B با فاصله ی 280 کیلومتر است. هنگام رفتن از A به B، جان پس از هر 17 کیلومتر رکاب زدن، کمی استراحت می کند. جان هنگام بازگشت به A، پس از هر 19 کیلومتر رکاب زدن به استراحت می پردازد. اگر یکی از نقاط استراحت مسیر رفت، نقطه ی استراحت مسیر بازگشت نیز باشد، فاصله ی بین این نقطه و شهر A چند کیلومتر است؟

C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز ، مجموعاً ۲۰ امتیاز. راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید. راه حل ۴ امتیاز دارد.)

۱۷- در صفحه ی شطرنجی 5×5 زیر، مهره ای که بر صفحه قرار دارد، می تواند در هر لحظه، یک خانه در جهت بالا(شمال)، راست(غرب)، یا اریب(شمال شرق به جنوب غرب) حرکت کند. برای کدام یک از نقاط A، B یا C به عنوان نقطه ی شروع می توان مطمئن بود که مهره هر یک از 24 خانه ی دیگر را یک بار طی می کند؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، مسیر را رسم کنید و در صورت منفی بودن، دلیل تان را بیاورید.



۱۸- مساحت مثلث ABC ، 120 واحد مربع، D نقطه ی وسط AC ، $AE=2BE$ ، F و G به ترتیب نقاط وسط BD و EC هستند. مساحت مثلث AFG چند واحد مربع است؟

