



2016 年第十二届“IMC 国际数学竞赛” (新加坡)

Twelfth IMC International Mathematics Contest (Singapore), 2016

Grade 6 Grand Final Contest Problems

July 30-31, 2016 Total of 100points)

Printed Name \_\_\_\_\_ Country \_\_\_\_\_ Score \_\_\_\_\_

– پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

– پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید. به پاسخ نهایی این دو مساله بدون حل تشریحی، هیچ امتیازی تعلق نمی گیرد!

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه، ۹ مرداد ۱۳۹۵

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۱- حاصل نهایی عبارت  $3/6 \times 31 \frac{2}{5} + 43/9 \times \left(10 - 3 \frac{3}{5}\right) - 12/5 \times \left(8 - 1 \div \frac{5}{18}\right)$  چند است؟

A. ۴۳۹                      B. ۳۳۹                      C. ۳۰۱                      D. ۲۹۹

۲- قیمت فروش ژاکتی در فروشگاه بزرگ ۴۰۰ دلار است. فروشگاه با در نظر گرفتن ۲۰ درصد تخفیف برای ژاکت، ۴۰ دلار سود می برد. قیمت ژاکت، پس از تخفیف چقدر است؟

A. ۳۲۰                      B. ۳۰۰                      C. ۲۸۰                      D. ۲۶۰

۳- چند کسر ساده نشدنی با مخرج ۲۰۱۶ وجود دارد؟

A. ۱۱۵۲                      B. ۱۰۰۸                      C. ۵۷۶                      D. ۲۸۸

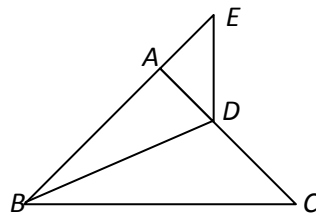
۴- اگر مجموع رقم‌ها در هر یک از دو عدد صحیح مثبتی که متوالی‌اند مضرب ۵ باشد، کمترین مقدار ممکن برای حاصل جمع این دو عدد صحیح چند است؟

- A. ۹۹۹۹۹                      B. ۹۹۹۹                      C. ۹۹۹                      D. ۹۹

۵- ۲۰ گرم نمک به حلال ۱۰ درصد کلراید سدیم می‌افزاییم تا ۵ درصد غلیظ‌تر شود. وزن اولیه‌ی حلال کلراید سدیم چند گرم است؟

- A. ۳۰۰                      B. ۳۲۰                      C. ۳۴۰                      D. ۳۶۰

۶- در شکل زیر، مثلث‌های ABC و ADE قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین و  $BD = 10$  هستند. مساحت چهارضلعی BCDE چقدر است؟



- A. ۱۰۰                      B. ۵۰                      C. ۴۰                      D. ۲۵

۷- اگر  $n$  شکل هم‌نهشت باشند که صفحه‌را به حداکثر  $an^2 - an + 2$  بخش تقسیم کنند، این نوع شکل، یک  $a$ -ضلعی نامیده می‌شود. برای مثال، چهار مثلث هم‌نهشت، صفحه‌را به حداکثر  $3 \times 4^2 - 3 \times 4 + 2 = 38$  بخش تقسیم می‌کنند، در نتیجه مثلث یک سه-ضلعی است. هم‌چنین پنج مربع هم‌نهشت، صفحه‌را به حداکثر  $4 \times 5^2 - 4 \times 5 + 2 = 82$  بخش تقسیم می‌کنند، در نتیجه مربع یک چهار-ضلعی است. به همین ترتیب، طبق تعریف فوق وقتی  $a = 1$  است، صفحه‌به حداکثر  $n^2 - n + 2$  بخش تقسیم می‌شود و شکل مورد نظر، یک-ضلعی است. در واقع دایره می‌تواند به عنوان یک-ضلعی در نظر گرفته شود. کدام یک از شکل‌های زیر نمی‌تواند به عنوان دو-ضلعی (در تعریف  $a = 2$  و صفحه‌به حداکثر  $2n^2 - 2n + 2$  بخش تقسیم می‌شود) در نظر گرفته شود؟



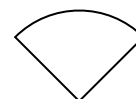
A. Ellipse



B. Bow Shape



C. Spindle Shape



D. Sector

۸- چند عدد چهار رقمی می توان نوشت به طوری که رقم سمت چپ آن ۰ نباشد، مجموع تمامی رقم هایش ۹ و شامل حداکثر یک ۰ باشد؟

- A. ۱۶۵                      B. ۱۴۰                      C. ۸۴                      D. ۵۶

B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

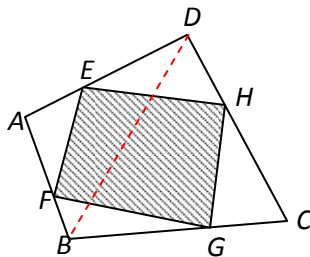
۹- عبارت  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 7} + \frac{3}{7 \times 13} + \frac{4}{13 \times 21} + \dots + \frac{10}{91 \times 111}$  را محاسبه کنید.

۱۰- مقدار مقسوم در عملیات تقسیم زیر چند است؟

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \square \square \overline{) \square \square \square \square} \\ \underline{2 \square} \\ \square 0 \square \\ \underline{\square 1} \\ \square 6 \\ \underline{\square \square} \\ \square \end{array}$$

۱۱- درست چند دقیقه بعد از ساعت ۱۴:۲۵، عقربه های دقیقه شمار و ساعت شمار برای اولین بار بر یک خط قرار می گیرند و با هم زاویه ی ۱۸۰ درجه می سازند؟

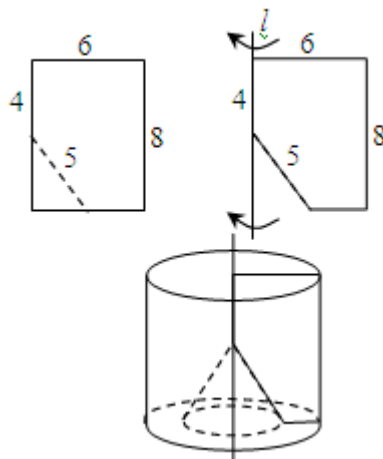
۱۲- با توجه به شکل زیر، مساحت چهار ضلعی ABCD ، ۴۵ واحد مربع است و  $AF:FB = BG:GC = CH:HD = DE:EA = 2:1$  . مساحت ناحیه ی سایه خورده چقدر است؟



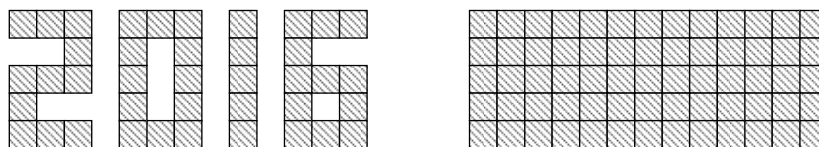
۱۳- خانواده های ویلیام و ویلی، هر یک مزرعه ای دارند که علف های آن ها در مدت کوتاهی به سرعت رشد می کنند. مساحت مزرعه ی ویلیام سه برابر مساحت مزرعه ی ویلی است. می دانیم علف های مزرعه ی ویلی می تواند ۱۰ گاو را در مدت ۱۰ روز سیر کند، در حالی که مزرعه ی ویلیام، ۲۰ گاو را در ۱۸ روز سیر می کند. اگر دو خانواده در مجموع ۱۶ راس گاو داشته باشند، علف های دو مزرعه چند روزه خورده می شوند؟

۱۴- در مراسم اهدای جوایز IMC، بازی "مخفی شو - جستجو کن" معرفی شد. مسئول تشریفات از هر یک از کشورهای زیر خواست تا دو دانش آموز را برای انجام این بازی بفرستند: چین، سنگاپور، اندونزی، تایلند، هند و کره جنوبی. یک دانش آموز از هر کشور بایستی چشمانش را با دستمال ببندد و به دنبال دانش آموز هموطن خود بگردد. در پایان بازی معلوم شد که فقط دانش آموزان دو کشور که یکی از آن ها کره جنوبی بود، توانستند هموطن خود را پیدا کنند در حالی که دانش آموزان سایر کشورها نتوانستند. به چند طریق این شش دانش آموز (با چشم بسته) از کشورهای فوق می توانند این بازی را انجام دهند؟

۱۵- یک راس مستطیلی  $6 \times 8$  را مطابق شکل بریده ایم و یک پنج ضلعی پدید آمده است. سپس آن را حول ضلعش که ۴ واحد است، دوران می دهیم تا جسمی سه بعدی ایجاد شود. حجم این جسم چقدر است؟ (فرض کنید  $\pi = 3$ )

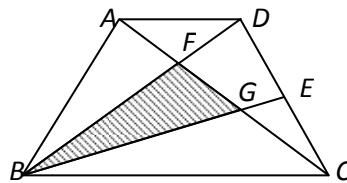


۱۶- به چند روش می توان عدد چهار رقمی 2016 را مطابق شکل زیر، با استفاده از مربع های  $1 \times 1$  یا مربع های  $1 \times 2$  کاغذ شطرنجی زیر ساخت؟



C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز، مجموعاً ۲۰ امتیاز). راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید

۱۷- در دوزنقه ی ABCD، قاعده ی پایینی ( $\overline{BC}$ ) سه برابر قاعده ی بالایی ( $\overline{AD}$ ) و E وسط  $\overline{CD}$  است. اگر مساحت ناحیه ی سایه خورده ۸۱ واحد مربع باشد، مساحت دوزنقه ی ABCD چقدر است؟



۱۸- چهار بندر D و A, B, C به ترتیب در طول رودخانه ای قرار دارند به طوری که فاصله ی هر دو بندر متوالی با هم برابر و آب در جهت پایین دست جریان دارد. دو کشتی به نام های دیاموند و پرل بندر A را همزمان ترک کردند. به محض این که دیاموند شروع به حرکت کرد، بشکه ای به صورت تصادفی از آن جدا شد، درون رودخانه افتاد و روی آب شناور ماند. همین که دیاموند به بندر C رسید، ناخدایش متوجه فقدان بشکه شد. بنابراین دیاموند بلافاصله برای برداشتن بشکه ی شناور برگشت و آن را در بندر B از آب گرفت.

در این لحظه، پرل تقریباً بارش را در C خالی کرده بود. سپس دیاموند به اندازه ی  $\frac{1}{3}$  سرعتش به سرعتش

افزود تا به پرل برسد. در نتیجه دیاموند توانست در محلی که ۲۰ کیلومتر قبل از بندر D واقع است به پرل برسد. فاصله ی بندر A تا بندر D را بر حسب کیلومتر تعیین کنید(زمانی که طول می کشد تا کشتی دیاموند به بندر B برگردد را در نظر نمی گیریم. هم چنین اضافه شدن سرعت دیاموند به اندازه ی

$\frac{1}{3}$  سرعتش، در آب راکد می باشد).