



Grade 7 Contest Problem

Printed Name \_\_\_\_\_ Country \_\_\_\_\_ Score \_\_\_\_\_

- پاسخ هر مساله را در محل مربوطه بنویسید. به پاسخ های مخدوش (خط خورده یا پاک شده) امتیازی تعلق نمی گیرد!

- پاسخ تشریحی مسائل ۱۷ و ۱۸ را در محل مربوطه (زیر هر مساله) بنویسید. به پاسخ نهایی این دو مساله بدون حل تشریحی، هیچ امتیازی تعلق نمی گیرد!

Problems	1	2	3	4	5	6	7	8		
Answers										
Problems	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Answers										

Language: Persian (Farsi)

شنبه، ۱۰ مرداد ۱۳۹۴

Translated by: Amir Reza Arab

زمان: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه

A. سوالات چند گزینه ای (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۱- می دانیم که معادله ی  $|x-20| + |x+15| = 2015$  دارای دو ریشه ی  $x_1$  و  $x_2$  است. مجموع  $x_1 + x_2$  چند است؟

- A. 2015                                      B. 1010                                      C. 5    D. -5

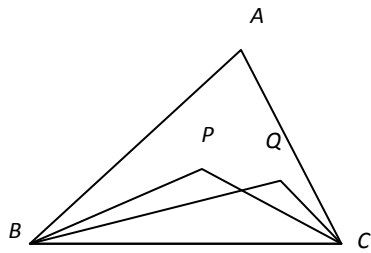
۲- قسمت صحیح حاصل نهایی  $20 \frac{1}{15} \times 15 \frac{1}{20} \times 12 \frac{1}{50}$  چند است؟

- A. 3601                                      B. 3612                                      C. 3630                                      D. 3631

۳- یک جمله ای با ضریب ۱ از پنج متغیر  $a, b, c, d, e$  و از درجه ی ۲۰۱۵ مفروض است. در مجموع، چند یک جمله ای از این نوع وجود دارد؟

- A.  $\frac{2014!}{5!(2014-5)!}$                                       B.  $\frac{2015!}{5!(2015-5)!}$                                       C.  $\frac{2014!}{4!(2014-4)!}$                                       D.  $\frac{2015!}{4!(2015-4)!}$

۴-  $\triangle ABC$  را در نظر بگیرید.  $BQ$  و  $BP$  زاویه ی  $ABC$  را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنند، در حالی که  $CP$  و  $CQ$  زاویه ی  $ACB$  را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنند. اگر  $\angle P = 100^\circ$  و  $\angle Q = 130^\circ$  باشند، اندازه ی  $\angle A$  چند است؟



- A.  $115^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $65^\circ$       D.  $50^\circ$

۵- اگر

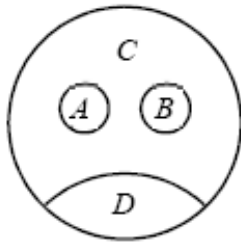
$$A = \frac{1}{0^3 + 1^3 + 2^3 - 3 \times 0 \times 1 \times 2} + \frac{1}{1^3 + 2^3 + 3^3 - 3 \times 1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{2014^3 + 2015^3 + 2016^3 - 3 \times 2014 \times 2015 \times 2016}$$

$$B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2015}$$

باشند، کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

- A.  $B-A$  عددی صحیح است      B.  $B+A$  عددی صحیح است      C.  $B \div A$  عددی صحیح است      D.  $A \div B$  عددی صحیح است

۶- صورتک ساده ای، چهار ناحیه به نام های  $A, B, C, D$  دارد. این چهار ناحیه با سه رنگ قرمز، آبی و سیاه طوری رنگ می شوند که نواحی که مرز مشترک هم رنگ نیستند. احتمال این که دو چشم  $A, B$  هم رنگ باشند با احتمال این که به طور متفاوت رنگ شوند، مقایسه می شوند. کدام گزینه درست است؟



A. احتمال این که دو چشم با رنگ های متفاوت رنگ شوند، بیشتر است .

B. احتمال این که دو چشم هم رنگ باشند، بیشتر است .

C. احتمال آن ها مساوی است .

D. نمی تواند تعیین شود .

۷- اندازه های زوایای داخلی  $n$ - ضلعی محدب، با هم متفاوت اند و هر کدام مضربی از  $30^\circ$  است. بیشترین مقدار ممکن برای  $n$  چند است؟

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

۸- اگر  $n$  عدد صحیح مثبتی باشد، کوچک ترین مقدار ممکن برای مجموع رقم های  $3n^2 + n + 1$  وقتی که این عبارت در مبنای ده بیان می شود، برابر است با:

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

B. سوالات پاسخ کوتاه (هر سوال ۵ امتیاز ، مجموعاً ۴۰ امتیاز)

۹- اگر داشته باشیم:

$$A = \underbrace{20202 \dots 02}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{55 \dots 55}_{(20\text{-digit number})} \quad B = \underbrace{22 \dots 22}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{5050 \dots 50}_{(20\text{-digit number})}$$

مقدار  $|A - B|$  را تعیین کنید.

۱۰- عبارت  $\frac{1}{(x+15)(x+20)} = \frac{a}{x+15} + \frac{b}{x+20}$  که در آن اعداد ثابتی هستند، تفکیک کسری را به حاصل جمع دو کسر دیگر با مخرج های ساده تر نشان می دهد. مقدار  $ab$  را تعیین کنید.

۱۱-  $2015$  را به شکل  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots \pm a_n$  که در آن  $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_n$  و هر کدام توانی از  $2$  است (برای مثال  $1 = 2^0$ ) می تواند به عنوان  $a_0$  در نظر گرفته شود) بیان کنید. در نتیجه  $2015 = \dots$ .

۱۲- برای  $5$  عدد صحیح مثبت  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$  داریم:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 2015$ . بیشترین مقدار ممکن برای  $x_3 - x_2$  را تعیین کنید.

۱۳-  $a, b$  اعداد صحیحی هستند که در روابط  $a + \frac{6}{b} = 5, b + \frac{4}{a} = 4$  صدق می کنند، در نتیجه مقدار  $a+b$  چند است؟

۱۴- می دانیم:  $2(n+1) - (n+2) = n$ .

حاصل عبارت  $\frac{1}{2 \times 3} \times 2^2 + \frac{2}{3 \times 4} \times 2^3 + \frac{3}{4 \times 5} \times 2^4 + \dots + \frac{13}{14 \times 15} \times 2^{14} + \frac{14}{15 \times 16} \times 2^{15}$  را محاسبه کنید.

۱۵- مقدار عددی  $a$  (جواب می تواند شامل عدد توان دار باشد) وقتی که چند جمله ای  $x^{2015} + x^{2014} + 2 \times 3^{2014}$  بر چند جمله ای  $x^2 + x - 6$  تقسیم می شود و باقی مانده به شکل  $ax+b$  است، برابر چند است؟

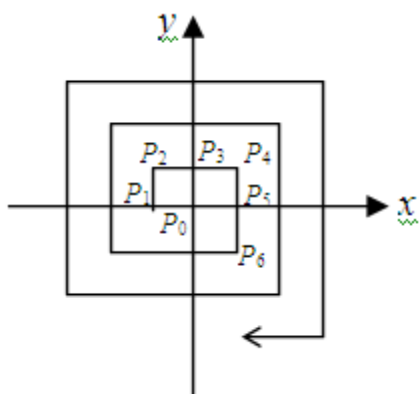
۱۶- کمیته ی برگزار کننده ی IMC برای جا به جا کردن شرکت کنندگان کشوری از دو نوع اتوبوس کوچک و بزرگ استفاده می کند که ظرفیت اتوبوس کوچک کمتر از نصف ظرفیت اتوبوس بزرگ است. می دانیم یک اتوبوس کوچک و یک اتوبوس بزرگ جمعاً می توانند  $60$  شرکت کننده را در خود جای دهند. یک اتوبوس بزرگ و دو اتوبوس کوچک می توانند یک سوم شرکت کنندگان را در خود جای دهند. اگر کمیته  $7$  اتوبوس را برای جا به جایی در نظر بگیرد، در نتیجه هر شرکت کننده ای می تواند یک صندلی برای نشستن داشته باشد. این کشور جمعاً چند شرکت کننده دارد؟

C. سوالات تشریحی (هر سوال ۱۰ امتیاز ، مجموعاً ۲۰ امتیاز). راه حل تشریحی خود را در فضایی که زیر هر سوال در نظر گرفته شده است، بنویسید)

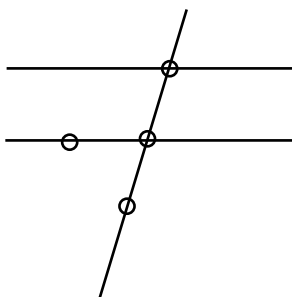
۱۷- سوسکی از مبدا دستگاه مختصات  $P_0(0, 0)$  شروع و در جهت حرکت عقربه های ساعت بر مارپیچی مطابق شکل طوری حرکت می کند که فاصله ی هر دو نقطه ی توقف متوالی اش یک واحد است. نقاط توقف عبارت اند از:

$$P_1(-1,0), P_2(-1, 1), P_3(0, 1), P_4(1, 1), \dots$$

مختصات چهار نقطه ی  $P_n$  بر مسیر مارپیچی که در رابطه ی  $|x_n| + |y_n| = 2015$  صدق می کنند به همراه  $n$  مربوط به هر یک از این چهار نقطه را به دست آورید.



۱۸-  $N$  نقطه ی ثابت در صفحه قرار دارند. رسم  $k$  خط راست به طوری که خط اول از دقیقه یک نقطه بگذرد، خط دوم از دقیقه دو نقطه بگذرد، ... و خط  $k$  ام از دقیقه  $k$  نقطه ی ثابت بگذرد، ممکن است. شکل زیر نشان می دهد وقتی  $k=3$  باشد، حداقل مقدار  $N$  برابر ۴ است.



وقتی  $k=5$  است، حداقل مقدار  $N$  چند خواهد بود؟

ادعای خود را به همراه رسم شکل مربوطه ثابت کنید.